Taller de resolución de problemas
π-ensa

Tercer Sesión

27 de Febrero de 2017

1. Hallar el área del trapecio formado por las rectas $3x - y - 5 = 0$, $x - 2y + 5 = 0$, $x + 3y - 20 = 0$ y $x - 2y = 0$.
2. Dos matrices cuadradas A y B son semejantes si y sólo si existe una matriz invertible P tal que $B = P^{-1}AP$. Demostrar que la semejanza de matrices es una relación de equivalencia.
3. Demostrar que:
$$\lim_{x \to 3} (4x - 5) = 7.$$
4. Dado el triángulo acutángulo de vértices A, B y C, demostrar la ley de los cosenos.
5. Dados los puntos $M(2, 2)$ y $N(5, -2)$, hallar en el eje de las abscisas un punto P de tal modo que el ángulo MPN sea recto.
6. Si $f_0(x) = \frac{x}{x+1}$ y $f_{n+1}(x) = (f_0 \circ f_n)(x)$ para $n = 0, 1, 2, ...$, encontrar una fórmula para $f_n(x)$ y prueba que dicha fórmula es correcta.
7. La esfera de radio a centrada en el origen se expresa en coordenadas rectangulares como $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, de aquí que su ecuación en coordenadas cilíndricas es $r^2 + z^2 = a^2$. Usar esta ecuación y una integral polar doble para calcular el volumen de la esfera.
8. Sean x_1, x_2 y x_3 las raíces de la ecuación $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. Probar que $x_1 = x_2 + x_3$ si y sólo si $x_1 = -\frac{p}{2}$ y $8r = 4pq - p^3$. Aplicar éste resultado para resolver la ecuación:
$$36x^3 - 12x^2 - 5x + 1 = 0$$
9. Resolver el triángulo ABC si $a = 25.3$, $b = 32.7$ y $c = 52.5$.
10. ¿Cuál es el residuo de dividir $1 + 2 + 3 + ... + 48$ entre 14?