

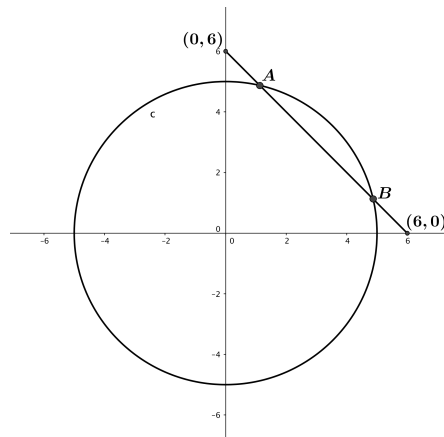
# Taller de resolución de problemas

## $\pi$ -ensa

### Sexta Sesión

27 de Marzo de 2017

1. Demostrar que las ecuaciones de las tangentes de pendiente  $m$  a la circunferencia  $x^2 + y^2 = r^2$  son  $y = mx \pm r\sqrt{1 + m^2}$ .
2. En cada lado de un triángulo equilátero de lado 2 se trazan cuadrados externamente. ¿Cuál es el radio de la circunferencia más pequeña que contiene a esta figura?
3. En una cierta ciudad mítica, los políticos siempre mienten y los no políticos siempre dicen la verdad. Un extranjero se encuentra con tres nativos y pregunta al primero de ellos si es un político. Este responde a la pregunta. El segundo nativo informa, entonces, que el primer nativo negó ser un político. Pero el tercer nativo afirma que el primer nativo es realmente un político. ¿Cuántos de estos tres nativos eran políticos?
4. La figura muestra una circunferencia de radio 5 centrada en el origen. Encuentra la distancia entre los puntos  $A$  y  $B$ .



5. El movimiento de una partícula se describe con la función vectorial  $r(t) = (2t+1)i + e^t j + (t^2 + t)k$ . Indica el conjunto de ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la trayectoria en el punto  $(1, 1, 0)$ .
6. Consideremos una cinta a lo largo del ecuador de la tierra. Si se corta dicha cinta en un punto y se agrega un metro adicional a la cinta, ¿a qué distancia se separará la cinta de la superficie de la tierra?

7. ¿Cuántos números reales  $x$  satisfacen la ecuación  $\text{Sen } 8x = x$  ?
8. El número  $N$  está formado con los números del 1 al 1000 de la siguiente manera:  
 $N = 123456789101112 \cdots 1000$ . ¿Cuál es el residuo de dividir  $N$  entre 9?
9. Para que valor positivo de  $t$  se alcanza el máximo de la expresión:

$$\int_0^t (4 + 4x - x^2 - x^3)^{2017} dx$$

10. Sea  $A$  una matriz cuadrada de orden  $n$  con entradas reales y sea  $I$  la matriz identidad de orden  $n$ . Demuestra que si  $A^2 = 2I$ , entonces  $A$  es una matriz invertible. Encuentra la inversa de  $A$  en términos de  $I$  y de  $A$ .